

LES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE

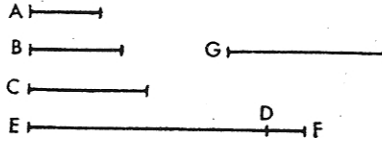
LIVRE IX

PROPOSITION 20

Les nombres premiers sont plus nombreux que toute multitude proposée de nombres premiers.

Soient A, B, C les nombres premiers que l'on aura proposés. Je dis que les nombres premiers sont plus nombreux que A, B, C.

Car soit pris le plus petit nombre mesuré par A, B, C et que ce soit DE. Ajoutons l'unité DF à DE. EF sera premier ou non.



Qu'il soit d'abord premier. On aura trouvé les nombres premiers A, B, C, EF, plus nombreux que les nombres A, B, C.

Mais que EF ne soit pas premier. Il est mesuré par quelque nombre premier. Qu'il soit mesuré par le nombre premier G. Je dis que G n'est aucun des nombres A, B, C. Car, si possible, qu'il en soit un. A, B, C mesurent DE, donc G mesurera aussi DE. Mais il mesure encore EF. Donc G, qui est un nombre, mesurera le reste, l'unité DF, ce qui est absurde.

Donc G n'est aucun des nombres A, B, C et il est premier par hypothèse.

On a donc trouvé les nombres premiers A, B, C, G, plus nombreux que la multitude proposée A, B, C. c.Q.F.D.

PROPOSITION 20, IX. Cette célèbre proposition a gardé de nos jours la même démonstration, avec parfois des variantes insignifiantes.