

20 avril 2016

MAT-1100 Corrigé du Test 4

Directives: Répondre à toutes les questions. Aucune documentation ni calculatrice n'est permise. Pour les questions 1 à 3, encercler la première bonne réponse.

1. Quel est le rayon de convergence de la série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n/2} x^n}{n^2}$?

(a) $1/2$

(b) $\sqrt{2}$

(c) 2

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ✓

(e) aucune de ces réponses

2. La série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{1/n}}{(n+1)}$

(a) diverge

(b) converge absolument

(c) converge conditionnellement ✓

3. Considérons la situation suivante: la série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ converge absolument pour $x = -2$ et diverge pour $x = 3$. Encercler le premier énoncé vrai.

(a) On peut conclure que le rayon de convergence de cette série est 2 .

(b) On peut conclure que le rayon de convergence R de cette série satisfait $R > 2$.

(c) On peut conclure que le rayon de convergence R de cette série satisfait $2 \leq R \leq 3$ ✓

(d) On peut conclure que le rayon de convergence R de cette série satisfait $2 \leq R < 3$.

(e) Cette situation est impossible.

[Tournez SVP]

4. On définit les fonctions

$$f(x) = x[2x] \quad \text{et} \quad g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ \frac{[2x]}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

où $[y]$ désigne la partie entière de y , c'est-à-dire le plus grand entier n tel que $n \leq y$. Compléter le tableau suivant en indiquant, pour chaque fonction et chaque point, si la fonction est continue au point a donné. (Inscrire "oui" ou "non" dans les cases, 0.5 point par bonne réponse.)

	$a = 0$	$a = \frac{1}{2}$	$a = 1$	$a = \sqrt{2}$
$f(x)$	oui	non	non	oui
$g(x)$	non	non	non	oui

5. Considérons les critères suivants:

- (A) Regarder si le terme général tend vers 0.
- (B) Le critère du rapport de d'Alembert.
- (C) Comparaison avec la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.
- (D) Le critère de Leibniz.
- (E) Le critère de condensation.

Pour les séries suivantes, indiquer dans le tableau si la série converge ou diverge, en identifiant le **premier** de ces critères qui permet de conclure. (0.5 point par bonne réponse).

	converge ou diverge?	critère
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 2}$	converge	D
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(3^n + 1)}{3^n - 1}$	diverge	A
$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n}$	diverge	E