31 janvier 2008 Nom:

MAT-17591 Test 1

Directives: pour chacune des questions, encercler **la première** bonne réponse. Aucune documentation ni calculatrice n'est permise. Chaque bonne réponse vaut 1 point et chaque mauvaise réponse vaut 0.

1. L'ensemble des nombres réels x qui satisfont l'inégalité $\frac{x-3}{x+2} < 1$ est
   (a) un intervalle de la forme (a, b).
   (b) un intervalle de la forme $(-\infty, a)$.
   (c) un intervalle de la forme (b, ∞).
   (d) de la forme $(-\infty, a) \cup (b, \infty)$ où $a < b$.
   (e) vide.

2. Encercler **la première** inégalité qui est vraie pour tous les $x, y \in \mathbf{R}$
   (a) $|x-y| > |x| - |y|$
   (b) $|x-y| \geq |x| - |y|$
   (c) $|x-y| > ||x| - |y||$
   (d) $|x-y| \geq ||x| - |y||$
   (e) Aucune des inégalités précédentes n'est vraie pour tous les x, y.

3. Soit $A = \left\{ \frac{n}{2n+1} : n \in \mathbf{N} \right\}$. Alors $\sup A =$

   (a) 0 (b) 1/3 (c) $0,49$ (d) 1/2 (e) aucune de ces réponses

4. Soit $A = \left\{ \frac{n}{2n+1} : n \in \mathbf{Z} \right\}$. Alors $\inf A =$

   (a) $-1/2$ (b) 0 (c) 1/3 (d) 1/2 (e) aucune de ces réponses

5. Soit $E = \{x \in \mathbf{Q} : x \geq 0 \text{ et } x^2 < 2\}$. Encercler le **premier** énoncé **vrai**.
   (a) 3/2 est la borne supérieure de E.
   (b) 3/2 est un majorant de E, mais n'est pas le plus petit majorant de E.
   (c) 3/2 n'est pas un majorant de E.
   (d) Tous les énoncés précédents sont faux.

6. Soit $E = \{x \in \mathbf{Q} : x \geq 0 \text{ et } x^2 < 2\}$. Encercler le **premier** énoncé **vrai**.

   (a) $7/5$ est la borne supérieure de E.

   (b) $7/5$ est un majorant de E, mais n'est pas le plus petit majorant de E.

   (c) $7/5$ n'est pas un majorant de E.

   (d) Tous les énoncés précédents sont faux.

7. Encercler le premier énoncé **faux**.

   (a) Entre deux nombres rationnels, on peut toujours trouver un nombre irrationnel.

   (b) Entre deux nombres irrationnels, on peut toujours trouver un nombre rationnel.

   (c) Entre deux nombres rationnels $r \neq s$, on peut toujours trouver un nombre rationnel différent de r et de s.

   (d) Entre deux nombres irrationnels $x \neq y$, on peut toujours trouver un nombre irrationnel différent de x et de y.

   (e) $0 = 1$.

8. Supposons que les nombres x et y ont les développements décimaux

$$\begin{aligned} x &= 2,110101010101010\ldots \\ y &= 2,101001000100001000001\ldots \end{aligned}$$

   (Pour x, la séquence 10 se répète indéfiniment, et pour y le nombre de "0" entre deux "1" augmente d'un à chaque fois.) Alors on peut dire que

   (a) x est irrationnel et y est rationnel.

   (b) x est rationnel et y est irrationnel.

   (c) x et y sont tous deux irrationnels.

   (d) x est rationnel mais on ne peut rien conclure pour y.

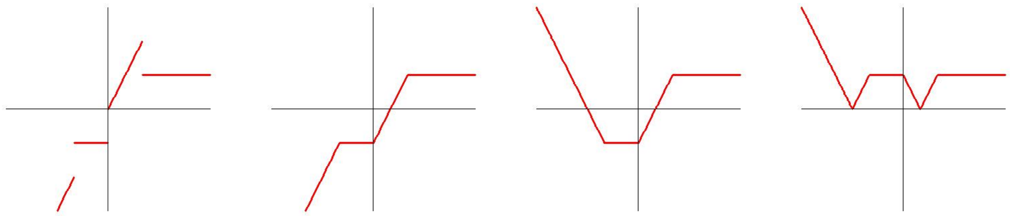
   (e) On ne peut rien conclure ni pour x ni pour y.

9. Soit A un ensemble de nombres réels tel que $\sup A = 2$ et $\inf A = -1$. Lesquelles des conclusions suivantes peut-on tirer?

$$\begin{array}{rl} \text{(I)} & -1 \in A \\ \text{(II)} & \frac{1}{2} \in A \\ \text{(III)} & \text{il existe } x \in A \text{ tel que } x < 0 \end{array}$$

(a) aucune	(b) I seulement	(c) II seulement	(d) III seulement
(e) I et II seulement	(f) I et III seulement	(g) II et III seulement	(h) I, II et III

10. Lequel des graphes suivants est celui de la fonction $f(x) = x - |\, 2 - |x|\, |$?



(a) (b) (c) (d)

(e) aucune de ces réponses