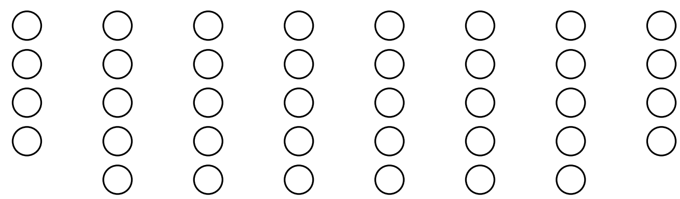
MAT-19970
Automne 2008

Arithmétique pour l'enseignement
au préscolaire/primaire

Exercices de révision

Répondez aux questions suivantes en utilisant seulement vos tables et votre calculatrice.

1. Étant donné la collection de jetons ci-dessous, donnez la représentation *minimale* (utilisant le *plus petit nombre* de jetons possible) en vertu des règles d'échange indiquées :



   (a) un jeton ⊖ vaut **trois** jetons ○
   un jeton ⦶ vaut **trois** jetons ⊖
   un jeton ⊕ vaut **trois** jetons ⦶
   un jeton ● vaut **trois** jetons ⊕

   (b) un jeton ⊖ vaut **quatre** jetons ○
   un jeton ⦶ vaut **quatre** jetons ⊖
   un jeton ⊕ vaut **quatre** jetons ⦶
   un jeton ● vaut **quatre** jetons ⊕

   (c) un jeton ⊖ vaut **trois** jetons ○
   un jeton ⦶ vaut **quatre** jetons ⊖
   un jeton ⊕ vaut **trois** jetons ⦶
   un jeton ● vaut **quatre** jetons ⊕

2. Effectuez chacun des calculs suivants dans la base indiquée. Montrez vos calculs.
   (a) $124_{onze} \times 345_{onze}$ (b) $4352_{sept} \div 16_{sept}$ (c) $28004_{douze} - 139A5_{douze}$

3. En effectuant d'abord un passage en base dix, donnez l'écriture de chacun des nombres suivants dans la nouvelle base indiquée. Montrez tous vos calculs.
   (a) $738_{douze} =$ ________________ $_{huit}$ (b) $11101_{deux} =$ ________________ $_{cinq}$

4. Utilisez l'algorithme égyptien pour effectuer la multiplication suivante : 23×120.

5. Lorsqu'on écrit la liste des nombres $0, 1, 2, 3, \ldots, 208$ (en base dix), combien de fois écrit-on le chiffre 0 ?

6. (a) En partant de 7, donnez les treize premiers termes de la suite obtenue en comptant par bonds de onze en base dix.
   (b) En partant de 0, donnez les douze premiers termes de la suite obtenue en comptant par bonds de quatre en base cinq.
   (c) En partant de 300_{quatre}, donnez les termes de la suite obtenue en comptant à rebours par bonds de quatre en base quatre jusqu'à ce qu'on atteigne 0.
   (d) Dans la suite ci-dessous, écrite en base trois, chaque terme est obtenu du précédent en le multipliant par un certain nombre u, puis en ajoutant un certain nombre v. Donnez les deux termes manquants et expliquez votre réponse. (N.B. : Ne faites pas intervenir la base dix dans vos calculs.)

   1, 12, 111, ________, 2021, ________

7. VRAI ou FAUX. Expliquez brièvement votre réponse.
   (a) Si a^2 est un nombre impair, alors a est aussi un nombre impair.
   (b) La multiplication est distributive sur la soustraction ainsi que sur la division.
   (c) Le successeur de 9AAA en base douze est A000.
   (d) Si $n \in \mathbb{N}$ est tel que $n^2 = n$, alors il en découle que $n = 0$.
   (e) Soit a et b deux nombres naturels tels que $a > b$ et $b \neq 0$; alors $a > 1$.
   (f) Il y a 192 nombres à 4 chiffres en base quatre.
   (g) Si n est divisible par 3, alors n est divisible par 6.
   (h) Si a est un multiple de 6, alors a est aussi un multiple de 3.
   (i) Supposons que 3 divise un certain nombre en base quatre ; alors, lorsqu'on transfère ce nombre en base sept, il demeure divisible par 3.
   (j) Si $A \cap B = \emptyset$, alors $A \cup B$ ne peut pas être égal à A.
   (k) Si $A \cup B = \emptyset$, alors $A = B$.

8. VRAI ou FAUX. Expliquez brièvement votre réponse.
   (a) L'ensemble des nombres impairs est fermé pour l'opération de multiplication.
   (b) L'ensemble des naturels de la forme $7 \times n$, où $n \in \mathbb{N}$, est fermé (c'est-à-dire stable) pour l'addition et pour la multiplication.
   (c) L'ensemble des carrés parfaits est stable pour la multiplication.
   (d) Le produit de quatre nombres consécutifs est divisible par 24.
   (e) Si n est divisible par 4, alors n est aussi divisible par 4^2.
   (f) Tout nombre de la forme $6k + 5$ est premier.
   (g) Tout nombre de la forme $9k + 3$, avec $k \neq 0$, est composé.
   (h) Dans l'ensemble des entiers relatifs, la soustraction est commutative.

9. (a) Montrez que tout nombre de la forme $4k + 3$ est impair.
   (b) Montrez que tout nombre de la forme $n^2 + n$ est pair.
   (c) Montrez que tout nombre égal à la somme de deux nombres consécutifs est impair.
   (d) Montrez que tout nombre égal au produit de deux nombres consécutifs est pair.

10. Pour chacune des équations suivantes, indiquez la (ou les) propriété(s) qui justifie(nt) l'égalité. (N.B. : Il est possible qu'une équation fasse intervenir plus d'une propriété.)

(a)	$(a + 2b) \times c$	$=$	$c \times (a + 2b)$
(b)	$(2 \times b) \times (2 \times a)$	$=$	$2 \times (b \times (2 \times a))$
(c)	$2a + (a - b)$	$=$	$(a - b) + 2a$
(d)	$(7a \times 3b) + 2$	$=$	$2 + (3b \times 7a)$
(e)	$(3 \times a) \times (a + b)$	$=$	$(3 \times a) \times a + (3 \times a) \times b$
(f)	$a \times (2c - b)$	$=$	$a \times 2c - a \times b$
(g)	$(2a + 2b) - c$	$=$	$2(a + b) - c$
(h)	$a + a$	$=$	$(1 + 1) \times a$

11. Pour chacune des équations suivantes, appliquez uniquement la propriété mentionnée.
   (a) Distributivité de la multiplication sur la soustraction
   $(5a - 3a) + 2a =$ ______________________________
   (b) Parenthésage à gauche
   $a + (a \times b) + 2b =$ ______________________________
   (c) Parenthésage
   $a + (a \times b) + 2b =$ ______________________________
   (d) Convention d'écriture
   $(5a - 3a) + 2a =$ ______________________________

12. Dans douze ans, Jean aura le double de l'âge qu'aura Marie dans quatre ans. Par ailleurs, Marie avait trois ans quand Jean avait huit ans. Quels sont les âges de Jean et de Marie actuellement ? Détaillez votre réponse en utilisant des équations appropriées.

13. Vous disposez de 10 jetons sur lesquels apparaissent les nombres suivants : 3, 6, 9, 12, 15, 19, 21, 25, 27 et 30.
   (a) En prenant le nombre minimum de jetons, lesquels devrez-vous choisir afin d'avoir une somme de 50 ?
   (b) Montrez que la réponse obtenue en (a) est la seule combinaison donnant une somme de 50.

14. On considère deux naturels x et y tels que leur somme est 50 et leur différence, 16. Trouvez la valeur de chacun de ces deux nombres.

15. Trouvez le naturel n qui répond simultanément à toutes les conditions suivantes.
    - n est pair
    - n est divisible par 3
    - n est un carré
    - n a un reste de 4 lorsque divisé par 5
    - n est inférieur à 200

16. Le reste de la division de a par 5 est 3, le reste de la division de b par 5 est 2 et celui de c par 5 est 4 ; en utilisant le fait que $a > b > c$, donnez le reste de la division par 5 de :

    (a) $a - c$ (b) $a + 2b$ (c) $a \times b$ (d) $2b - c$

17. (a) En utilisant l'algorithme d'Euclide, calculez le PGCD de 3424 et 1088.
    (b) Remontez la chaîne pour obtenir le PGCD comme une différence de multiples de 3424 et 1088.
    (c) Est-il possible d'écrire 16 comme une différence de multiples de 3424 et 1088 ? Si oui, donnez cette expression ; si non, dites pourquoi.
    (d) Même question qu'en (c) mais pour le nombre 64.

18. Dans la banque de Caroline, il n'y a que des pièces de 1 ¢. Elle aimerait échanger ses sous contre des pièces blanches. En faisant l'échange contre des pièces de 10 ¢, il lui resterait trois pièces de 1 ¢.
    (a) Si elle échangeait ses pièces de 1 ¢ contre des pièces de 5 ¢ plutôt que contre des pièces de 10 ¢, combien lui resterait-il de pièces de 1 ¢ ? Expliquez votre réponse.
    (b) Caroline avait-elle un nombre pair de pièces de 1 ¢ dans sa banque ? Justifiez votre réponse.
    (c) Caroline choisit finalement d'échanger ses pièces de 1 ¢ contre des pièces de 25 ¢ et il lui reste alors 8 pièces de 1 ¢. Donnez trois valeurs possibles pour le nombre de sous contenus dans la banque de Caroline. Montrez comment vous avez trouvé ces valeurs.

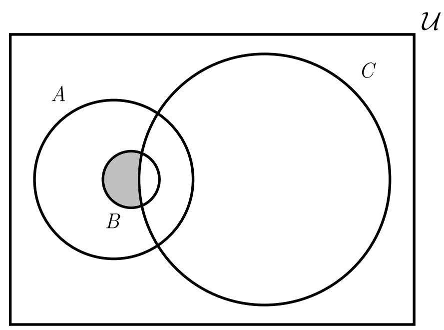
19. (a) En regardant les bateaux amarrés au quai, vous comptez 15 bateaux ayant un moteur et 12 ayant des voiles. Vous constatez que parmi ces bateaux, il y en a 4 ayant à la fois un moteur et une voile. Combien y a-t-il de bateaux en tout ?

    (b) Lors d'une journée d'activités, les 65 élèves de votre classe ont le choix entre trois activités, tous devant s'inscrire à au moins l'une d'entre elles. À partir des données suivantes, déterminez le nombre total d'inscriptions en théâtre. Expliquez votre réponse.

Inscriptions totales en danse	32
Inscriptions totales en arts plastiques	36
Inscriptions totales en théâtre et en arts plastiques	13
Inscriptions totales en danse et en théâtre	14
Inscriptions totales en danse et en arts plastiques	14
Inscriptions totales aux trois activités à la fois	6

20. Laquelle (lesquelles) parmi les expressions suivantes représente(nt) la région ombrée ?

    (a) $B \setminus C$
    (b) $(A \cap B) \setminus C$
    (c) $B \setminus (A \cap C)$
    (d) $A \cap (B \cup C')$
    (e) $B \cap C'$



21. Donnez la factorisation première de chacun des nombres suivants.
    (a) 1859 (b) 3127 (c) 9747 (d) 26 543

22. Soit le nombre

$$N = 100\,098\,765\,432\,101\,234\,567\,890\,098\,765\,432\,101\,234\,567\,890\,001$$

    (a) N est-il divisible par 6 ? Expliquez votre réponse.
    (b) Trouvez le reste de la division par 3 de N. Montrez vos calculs.
    (c) Trouvez le reste de la division par 6 de N. Expliquez votre réponse.
    (d) Dites si $(N - 1)$ est divisible par chacun des nombres suivants : 11, 15, 16, 20. Si oui, expliquez votre réponse ; sinon, donnez le reste la division de N par ces nombres.

23. Les énoncés suivants sont-ils VRAIS ou FAUX ? Donnez une brève justification.
    (a) Si $\text{PGCD}(a, 12) = 4$, alors $\text{PPCM}(a, 12) = 3 \times a$.
    (b) Si $6 \mid a$ et $9 \mid a$, alors $54 \mid a$.
    (c) Si $\text{PPCM}(a, b) = 12$ et $3 \nmid a$, alors $3 \mid b$.
    (d) Si $a \equiv b \pmod 6$, alors $[a + b]_6 = 0$.
    (e) Si $[n]_9 = 5$, alors $[n]_3 = 2$.
    (f) Si $a \equiv b \pmod 2$, alors a et b sont pairs.

24. Considérez les données suivantes

$$\text{PGCD}(g, h) = 18 \quad \text{et} \quad \text{PGCD}(g, 12) = 12$$

    et dites si chacun des énoncés est VRAI, POSSIBLE ou IMPOSSIBLE. Donnez une brève justification.
    (a) $3 \mid h$.
    (b) $6 \mid g$.
    (c) $4 \mid h$.
    (d) $5 \mid g$.
    (e) $36 \mid g$.

25. Sachant que $[a]_{12} = 9$ et que $[b]_{12} = 7$, quel est le reste de la division par douze de chacun des nombres suivants ? Montrez votre travail.
    (a) $a + b$ (b) $a \times b$

26. Sachant que $\text{PGCD}(m, 10) = 5$, quelle(s) valeur(s) peut prendre $\text{PGCD}(m, 20)$? $\text{PGCD}(m, 60)$?

27. Soit les trois nombres 855, 3933 et 9747.
    (a) Donnez la factorisation première de chacun de ces nombres.
    (b) Donnez la factorisation première du PGCD et du PPCM de ces trois nombres.
    (c) Pour chacun de ces trois nombres, donnez deux diviseurs compris entre 80 et 800.
    (d) Pour chacun de ces trois nombres, donnez le nombre de diviseurs qu'il possède.
    (e) Combien le nombre 855 possède-t-il de diviseurs qui sont multiples de 5 ?

28. Sachant que $[\, [b]_5 + [23]_5 \,]_5 = 2$, donnez cinq valeurs possibles de b.

29. Effectuez le calcul suivant et exprimez la réponse sous forme de fraction réduite.

$$\frac{\frac{7}{22}+\frac{14}{33}}{\frac{7}{19}\times\left(4-\frac{6}{11}\right)}$$

30. Tracez une droite numérique et placez-y approximativement, en ordre croissant, chacun des nombres suivants. (Travaillez avec les fractions comme telles et non avec leur développement décimal.)

$$\frac{^-2}{3} \qquad \frac{15}{16} \qquad \frac{8}{^-9} \qquad \frac{^-9}{8} \qquad \frac{16}{17} \qquad \frac{29}{32} \qquad \frac{3}{^-4} \qquad \frac{6}{7}$$

31. Résolvez chacun des problèmes suivants :
    (a) Le quart du tiers d'une caisse d'oranges est constitué de 10 oranges. Combien y a-t-il d'oranges dans cette caisse ?
    (b) Un voyageur, ayant parcouru la moitié de sa route, s'est endormi dans le train. Lorsqu'il s'est éveillé, il lui restait à faire la moitié du chemin qu'il avait fait en dormant. Quelle partie de son trajet le voyageur a-t-il fait en dormant ?

32. (a) On considère deux bouteilles telles que les trois quarts de la capacité de la bouteille no 1 équivalent aux deux cinquièmes de la capacité de la bouteille no 2. Quelle est la plus grande bouteille ?
    (b) Hubert a devant lui trois contenants de jus de pomme. Le premier contient deux tiers de litre de jus, le deuxième, cinq sixièmes de litre et le dernier, trois quarts de litre. Il verse tout le jus devant lui dans un grand contenant d'une capacité de quatre litres. Quelle fraction du contenant de quatre litres est occupée par le jus ?
    (c) Trouvez la valeur du naturel V sachant qu'il satisfait simultanément les trois conditions suivantes :
    (i) $\dfrac{V}{60}$ est une fraction décimale ; (ii) $\dfrac{11}{V}$ est une fraction impropre ;
    (iii) $\dfrac{V+1}{2}$ est une fraction irréductible.

33. Écrivez les nombres suivants sous forme de fraction réduite. Montrez vos calculs.
    (a) $1{,}\overline{21}$ (b) $1{,}6\overline{21}$

34. On considère la représentation décimale de la fraction $^{529}/108$; quel chiffre figure à la 529^{e} position à la droite de la virgule ?

35. (a) Maud a obtenu un résultat de 32 sur 40 à un examen d'histoire. Exprimez sa note en pourcentage.
    (b) Lors des trois examens de l'étape, chacune comprenant 100 points, Sophie a obtenu successivement 82, 75 et 90. Sachant que la première épreuve compte pour 30 % de la note finale, la deuxième pour 20 %, et la troisième pour 50 %, calculez, en pourcentage, la note d'étape de Sophie.

36. Utilisez un calcul de proche en proche pour évaluer la quantité $\sqrt{90}$ au centième près (c'est-à-dire en arrondissant la deuxième décimale).

37. Dans un récipient, il y a 40 billes de trois couleurs différentes (rouges, vertes et bleues). On pige une bille au hasard.
    (a) Si $P(\text{tirer une bille rouge}) = 25\,\%$, combien y a-t-il de billes rouges dans le récipient ?
    (b) Si $P(\text{tirer une bille rouge}) = 0,6$ et que $P(\text{tirer une bille verte}) = 20\,\%$, combien y a-t-il de billes bleues dans le récipient ?
    (c) Si $P(\text{tirer une bille bleue}) = 5\,\%$ et qu'il y a autant de billes vertes que de billes rouges, combien y a-t-il de billes vertes dans le récipient ?

38. (a) Calculez la probabilité de piger une figure dans un jeu de 52 cartes.
    (b) Donnez le nombre de façons différentes de disposer de façon conventionnelle sur un rayon de bibliothèque six livres numérotés de 1 à 6. Justifiez votre réponse.
    (c) Donnez le nombre de façons différentes de disposer de manière conventionnelle sur un rayon de bibliothèque seulement trois livres choisis parmi les six livres de la partie (b).
    (d) Et si vous décidiez d'apporter en vacances trois livres parmi les six de la partie (b), de combien de façons différentes pourriez-vous faire votre choix ?

39. Voici une série de données constituée de tous les résultats obtenus en lançant deux dés trente-deux fois et en faisant à chaque fois le produit des deux nombres.

2	6	30	36	12	10	6	12
30	24	10	5	1	8	20	24
6	8	18	24	2	3	12	4
15	20	4	12	12	2	30	10

    (a) Représentez ces données à l'aide des diagrammes de votre choix parmi ceux vus en classe.
    (b) Trouvez la valeur du mode, de la médiane et de la moyenne arithmétique de cette série de données.