Hiver 2013

MAT-2920 : recherche opérationnelle
exercices – série 3

1. Considérons le problème résolu en classe par la méthode graphique:

$$\max z = 5x_1 + 4x_2$$

avec les contraintes

$$\begin{cases} x_1 & \leq & 6, \\ x_1/4 + x_2 & \leq & 6, \\ 3x_1 + 2x_2 & \leq & 22, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

(a) Résoudre par la méthode du simplexe. Indiquer, sur un graphique, les sommets calculés par l'algorithme du simplexe.

(b) Modifier la fonction objective par $z = 6x_1 + 4x_2$ et résoudre par la méthode du simplexe. Nous savons qu'il y a deux sommets optimaux. Préciser les opérations de pivotement qui conduisent au deuxième sommet.

2. Résoudre les problèmes suivants par la méthode du simplexe.

(a) Minimiser $z = -4x_1 - 5x_2$ sous les conditions

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 17, \\ x_1 + 4x_2 \leq 29, \\ 3x_1 + x_2 \leq 21, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

(b) Minimiser $z = -2x_1 - 4x_2 - 3x_3$ sous les conditions

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 40, \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 68, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

(c) Maximiser $z = 4x_1 + 2x_2 + 6x_3$ sous les conditions

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 30, \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_3 \leq 90, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

3. Considérons le problème:

$$\min z = -x_1 - 2x_2$$

avec les contraintes

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 & \leq & 2, \\ -x_1 + 2x_2 & \leq & 5, \\ x_1 - 4x_2 & \leq & 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

A l'aide de la méthode du simplexe, montrer que le problème n'admet pas de solution. Calculer explicitement une famille de solutions réalisables $x(\lambda)$ pour $\lambda \geq 0$ de sorte que $z(\lambda) \to -\infty$ lorsque $\lambda \to \infty$.

4. Résoudre (si possible):
Maximiser $z = x_1 + 2x_2 + x_3$ sous les conditions

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 \leq 20, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 \leq 40, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

5. Considérer le problème: maximiser ou minimiser $z =$ n'importe quoi
sous les conditions

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 \geq 2, \\ x_1 + x_2 + rx_3 \leq 1, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

où r est un paramètre réel.

Montrer que pour $r \leq 1$, il y a une solution réalisable de base mais que pour $1 < r < 2$, il n'y en a pas.

6. L'entreprise Mecanex fabrique trois produits P_1, P_2 et P_3 et pour ce faire utilise trois centres de fabrication. Les temps opératoires, en heures par unité, à chaque centre de fabrication sont les suivants:

	P_1	P_2	P_3	temps disponible
Centre I	4	2	4	80 heures
Centre II	2	2	3	50 heures
Centre III	1	3	2	40 heures

La contribution unitaire de chaque produit au bénéfice est la suivante: \$5 pour P_1, \$3 pour P_2 et \$4 pour P_3

Déterminez à l'aide de la méthode du simplexe les quantités de P_1, P_2, P_3 à fabriquer pour obtenir le meilleur bénéfice possible. Quel est le bénéfice maximum? Est-ce que le centre II est pleinement utilisé?

7. Une entreprise dispose d'un stock de trois produits P_1, P_2, P_3 respectivement de $120, 80, 160$. Elle doit fabriquer avec ces trois produits de base, trois produits finis A, B, C qui lui rapportent respectivement \$2, \$4 et \$5 l'unité.
   Le tableau suivant représente la quantité de produits de base dans une unité de produit fini:

	P_1	P_2	P_3
A	1	0	2
B	2	1	5
C	4	2	4

   À l'aide de la méthode du simplexe, trouver les quantités de A, B, C à fabriquer pour obtenir le meilleur bénéfice possible.