Nicolas Bourbaki

- Mathématicien « polycéphale ». Pseudonyme d'un groupe fondé en 1935 par de jeunes mathématiciens issus de l'École normale supérieure (Paris) en vue de revitaliser les mathématiques françaises. L'objectif était d'établir les fondations de toutes les mathématiques existantes et de mettre de l'ordre dans l'exposition de cette discipline. Les principaux membres fondateurs de Bourbaki sont Henri Cartan (1904–2008), Claude Chevalley (1909–1984), Jean Delsarte (1903–1968), Jean Dieudonné (1906–1992), René de Possel (1905–1974) et André Weil (1906–1998).[1] Le groupe existe encore aujourd'hui, quoiqu'il soit nettement moins actif ; il se renouvelle par cooptation.

- Les membres de Bourbaki se réunissaient deux à trois fois par année ; lors de ces « séminaires », on discutait de l'évolution du projet et on lisait et critiquait les rédactions produites par certains bourbakistes, commissionnées lors de rencontres précédentes.

Réunion des membres du premier séminaire Bourbaki en 1935
Deuxième rangée, en partant de la gauche : Henri Cartan, René de Possel, Jean Dieudonné et André Weil ; première rangée, en partant de la droite : Szolem Mandelbrojt et Claude Chevalley.

- Le nom « Bourbaki », choisi en 1939, est celui d'un général français de Napoléon III, Charles Bourbaki (1816–1897). Les fondateurs du groupe Bourbaki, croyant que ce nom est d'origine russe, lui ont accolé le prénom de Nicolas. Mais Bourbaki est en fait un nom crétois qui dérive du turc ; il signifie « chef des tueurs ».

- Bourbaki a entrepris depuis 1940 la rédaction d'un ouvrage de référence, *Éléments de mathématique*[2], qui vise à fournir une assise rigoureuse aux mathématiques contemporaines et à les présenter de façon unificatrice par l'emploi d'une approche axiomatique et l'établissement de structures communes à ses diverses branches.

---

1. Auxquels se sont tôt joints Jean Coulomb (1904–1999), Charles Ehresmann (1905–1979) et Szolem Mandelbrojt (1899–1983) — oncle de Benoit Mandelbrot (1924–2010) qui a développé la théorie des fractals.
2. Titre choisi à l'image des *Éléments* d'Euclide ; notons que Bourbaki a préféré utiliser le terme « mathématique » au singulier.

Dans l'introduction au premier tome des ses *Éléments*, portant sur la théorie des ensembles, Bourbaki exprime en ces termes la philosophie sur laquelle repose son projet.

> *Depuis les Grecs, qui dit mathématique dit démonstration ; certains doutent même qu'il se trouve, en dehors des mathématiques, des démonstrations au sens précis et rigoureux que ce mot a reçu des Grecs et qu'on entend lui donner ici. (...) Mais à ce vénérable héritage sont venues s'ajouter depuis un siècle d'importantes conquêtes.*
>
> *En effet, l'analyse du mécanisme des démonstrations dans des textes mathématiques bien choisis a permis d'en dégager la structure, du double point de vue du vocabulaire et de la syntaxe. On arrive ainsi à la conclusion qu'un texte mathématique suffisamment explicite pourrait être exprimé dans une langue conventionnelle ne comportant qu'un petit nombre de « mots » invariables assemblés suivant une syntaxe qui consisterait en un petit nombre de règles inviolables : un tel texte est dit* FORMALISÉ.
>
> *(...)*
>
> *La vérification d'un texte formalisé ne demande qu'une attention en quelque sorte mécanique, les seules causes d'erreur possibles étant dues à la longueur ou à la complication du texte ; c'est pourquoi un mathématicien fait le plus souvent confiance à un confrère qui lui transmet le résultat d'un calcul algébrique, pour peu qu'il sache que ce calcul n'est pas trop long et a été fait avec soin. Par contre, dans un texte non formalisé, on est exposé aux fautes de raisonnement que risquent d'entraîner, par exemple, l'usage abusif de l'intuition ou le raisonnement par analogie. En fait, le mathématicien qui désire s'assurer de la parfaite correction, ou, comme on dit, de la « rigueur » d'une démonstration ou d'une théorie, ne recourt guère à l'une des formalisations complètes dont on dispose aujourd'hui, ni même le plus souvent aux formalisations partielles et incomplètes fournies par le calcul algébrique et d'autres similaires ; il se contente en général d'amener l'exposé à un point où son expérience et son flair de mathématicien lui enseignent que la traduction en langage formalisé ne serait plus qu'un exercice de patience (sans doute fort pénible).*
>
> *(...)*
>
> *La* MÉTHODE AXIOMATIQUE *n'est à proprement parler pas autre chose que cet art de rédiger des textes dont la formalisation est facile à concevoir. Ce n'est pas là une invention nouvelle ; mais son emploi systématique comme instrument de découverte est l'un des traits originaux de la mathématique contemporaine. (...) De plus, et c'est ce qui nous importe particulièrement en ce Traité, la méthode axiomatique permet, lorsqu'on a affaire à des êtres mathématiques complexes, d'en dissocier les propriétés et de les regrouper autour d'un petit nombre de notions, c'est-à-dire, pour employer un mot qui sera défini plus loin avec précision (...), de les classer suivant les* STRUCTURES *auxquelles elles appartiennent (une même structure pouvant intervenir, bien entendu, à propos d'êtres mathématiques divers).*
>
> *(...)*

[O]n sait aujourd'hui qu'il est possible, logiquement parlant, de faire dériver toute la mathématique actuelle d'une source unique, la Théorie des Ensembles. Il nous suffira donc d'exposer les principes d'un langage formalisé unique, d'indiquer comment on pourrait rédiger en ce langage la Théorie des Ensembles, puis de faire voir comment s'insèrent dans celle-ci les diverses branches des mathématiques, au fur et à mesure que notre attention se portera sur elles. Ce faisant, nous ne prétendons pas légiférer pour l'éternité. Il se peut qu'un jour les mathématiciens s'accordent à utiliser des modes de raisonnement non formalisables dans le langage exposé ici ; il faudrait alors, sinon changer complètement de langage, tout au moins élargir les règles de la syntaxe. C'est à l'avenir qu'il appartiendra de décider.

(...)

Si la mathématique formalisée était aussi simple que le jeu d'échecs, une fois décrit le langage formalisé que nous avons choisi, il n'y aurait plus qu'à rédiger nos démonstrations dans ce langage, comme l'auteur d'un traité d'échecs écrit dans sa notation les parties qu'il se propose d'enseigner, en les accompagnant au besoin de commentaires. Mais les choses sont loin d'être aussi faciles, et point n'est besoin d'une longue pratique pour s'apercevoir qu'un tel projet est absolument irréalisable ; la moindre démonstration du début de la Théorie des Ensembles exigerait déjà des centaines de signes pour être complètement formalisée. Dès le Livre I de ce Traité s'impose donc la nécessité impérieuse d'abréger le texte formalisé par l'introduction de mots nouveaux (dits « symboles abréviateurs ») et des règles de syntaxe additionnelles (dites « critères déductifs ») en assez grand nombre. Ce faisant, on obtient des langages beaucoup plus maniables que le langage formalisé proprement dit, et dont un mathématicien tant soit peu expérimenté a la conviction qu'ils peuvent être considérés comme des transcriptions sténographiques de celui-ci. (...) [O]n préfère un instrument maniable à un autre théoriquement plus parfait, mais par trop incommode.

(...)

*Ainsi, rédigé suivant la méthode axiomatique, et conservant toujours présente, comme une sorte d'horizon, la possibilité d'une formalisation totale, notre Traité vise à une rigueur parfaite ; prétention que ne démentent point les considérations qui précèdent, ni les feuillets d'*errata *au moyen desquels nous corrigeons les erreurs qui se glissent de temps à autre dans le texte.*

(...)

C'est dans le même esprit réaliste que nous envisageons ici la question de la non-contradiction, l'une de celles qui ont le plus préoccupé les logiciens modernes, et qui sont en partie à l'origine de la création des langages formalisés.

(...)

[O]n a éliminé les « paradoxes » de la Théorie des Ensembles par l'adoption d'un langage formalisé essentiellement équivalent à celui que nous décrivons ici ; c'est une révision semblable qu'il faudrait entreprendre si ce dernier à son tour se révélait contradictoire.

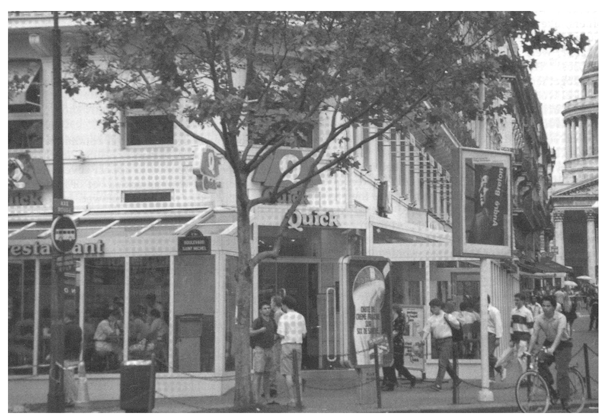
En résumé, nous croyons que la mathématique est destinée à survivre, et qu'on ne verra jamais les parties essentielles de ce majestueux édifice s'écrouler du fait d'une contradiction soudain manifestée ; mais nous ne prétendons pas que cette opinion repose sur autre chose que l'expérience. C'est peu, diront certains. Mais voilà vingt-cinq siècles que les mathématiciens ont l'habitude de corriger leurs erreurs et d'en voir leur science enrichie, non appauvrie ; cela leur donne le droit d'envisager l'avenir avec sérénité.

N. Bourbaki, *Éléments de mathématique. Théorie des ensembles.*
Extraits de l'Introduction, pp. E I.9 – E I.13.

- On doit à Bourbaki une partie substantielle du vocabulaire et des notations utilisées de nos jours en mathématiques. Par exemple, le symbole $\emptyset$ pour désigner l'ensemble vide a été choisi par Bourbaki (par André Weil, plus précisément) ; il s'agit d'une lettre de l'alphabet norvégien.

- La crise des « mathématiques modernes », qui a secoué le monde de l'enseignement des mathématiques au cours des années 1960 et 1970, résulte en partie d'avoir voulu transférer à l'enseignement secondaire (et même primaire) certaines des approches proposées par Bourbaki. Mais Bourbaki a toujours soutenu qu'il écrivait pour le mathématicien professionnel, et non à des fins pédagogiques.

- On trouvera sur le site de St-Andrews deux textes consacrés à Bourbaki, accessibles à l'adresse
  `www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Biographies/Bourbaki.html`



Le « lieu de naissance » de Bourbaki

Le Café Capoulade, au coeur du Quartier latin à Paris, situé à l'intersection du boulevard Saint-Michel et de la rue Soufflot, tout près du Jardin du Luxembourg et du Panthéon. À quelques minutes à pied se trouvent l'École Normale Supérieure (rue d'Ulm), la Sorbonne et l'École Polytechnique. La photo de gauche montre le Café en 1934, à l'époque des débuts de Bourbaki. Il a depuis été remplacé par un « fast-food »... (photo de droite).